The PeerRank Method for Peer Assessment

Toby Walsh

Abstract.

We propose the PeerRank method for peer assessment. This constructs a grade for an agent based on the grades proposed by the agents evaluating the agent. Since the grade of an agent is a measure of their ability to grade correctly, the PeerRank method weights grades by the grades of the grading agent. The PeerRank method also provides an incentive for agents to grade correctly. As the grades of an agent depend on the grades of the grading agents, and as these grades themselves depend on the grades of other agents, we define the PeerRank method by a fixed point equation similar to the PageRank method or ranking web-pages. We identify some formal properties of the PeerRank method (for example, it satisfies axioms of unanimity, no dummy, no discrimination and symmetry), discuss some examples, compare with related work and evaluate the performance on some synthetic data. Our results show considerable promise, reducing the error in grade predictions by a factor of 2 or more in many cases over he natural baseline of averaging peer grades.

1 INTRODUCTION

We consider how to combine together peer assessments of some work to construct an overall evaluation of this work. An important application of our proposed framework is to evaluation in massive open online courses (MOOCs). In such a setting, it may be impractical to offer anything but automated marking (where this is possible) or peer assessment (e.g. for essays where this might not be possible). Another application of the proposed framework is to peer assessment of grant applications. Often there is only a small pool of experts who are capable of reviewing grant applications in a particular sub-area. In many cases, these people have also submitted grant applications themselves. It is natural therefore to consider designing a mechanism in which those people submitting proposals also review them.

Unfortunately, peer assessment suffers from several fundamental problems. First, how can we provide an incentive to agents to assess their peers well? Second, as peers may have different expertise, how do we compensate for any unintentional biases that peer assessment may introduce? Third, as peers may not be disinterested in the outcome, how do we compensate for any intentional biases that peer assessment may introduce? In this paper, we view this as a mechanism design problem in which we look to provide incentives for peers to assess well, as well as a means to try to compensate for any biases.

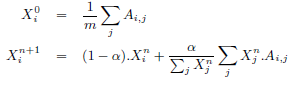
Our main contribution is to propose the PeerRank method for peer assessment. This constructs a grade for an agent based on the grades proposed by the agents evaluating the agent. The PeerRank method makes two basic assumptions about how peer grades should be combined. First, it supposes that the grade of an agent is a measure of their ability to grade correctly. Hence, grades are weighted by the grades of grading agents. Second, agents should be rewarded for grading correctly. This gives agents an incentive to provide accurate peer assessments. We identify some formal properties of the Peer-Rank method. We also evaluate the performance on some synthetic data. As our method favours consensus, it is most suited to domains where there are objective answers but the number of agents is too large for anything but peer grading.

We hope that this work will encourage others to consider peer assessment from a similar (social choice) perspective. There are other axiomatic properties we could formalise and study. For instance, the PeerRank rule is not monotonic. Increasing the grade for an agent can hurt an agent if they there by receive a bigger proportion of their support from agents that grade poorly. On the other hand, the Peer-Rank rule likely satisfies a more complex form of monotonicity, in which reducing the error in the grade of an agent only ever helps that agent. We expect there are important axiomatic results to be obtained about peer assessment. Finally, an interesting extension would be to return a distribution or interval of grades, reflecting the uncertainty in the estimate.

2 PEER RANK RULE

We suppose there are m agents, and agent j provides a grade Ai;j for the exam of agent i. Grades are normalised into the interval [0, 1]. We suppose agents grade their own work but this can be relaxed. In addition, as we show in the experimental section, the proposed PeerRank rule is relatively insensitive to any bias that an agent might have towards grading their own work or that of other agents. The grade of each agent is constructed from the grades of the agents evaluating the agent. Since the grade is a measure of their ability to grade correctly, we weight the grade an agent gives another agent by their own grade. The grade of an agent is thus the weighted average of the grades of the agents evaluating the agent. Now the grades of the agents evaluating an agent are themselves the weighted averages of the grades of the agents evaluating the agents. Hence we set up a set of equations and look for the fixed point of the system. This is reminiscent of the problem faced by the PageRank algorithm [8]. In PageRank, web-pages are ranked according to the ranks of the web-pages that link to them, these ranks depend on the ranks of the web-pages that like to them, and so on.

Let be the grade of agent i in the nth iteration of the PeerRank rule and 0 <α< 1. We define the grades at each iteration as follows:



The last term is merely the average grade of an agent weighted by the current grades. The PeerRank grades are the fixed point of these set of equations. Note that whilst we start with the (unweighted) average grade, this choice is not very critical and we will typically reach the same fixed point with other initial seeds. Similarly, the choice of the exact value of α is not critical and largely affects the speed of convergence. This is because the fixed point is an eigenvector of the grade matrix A.

**Proposition 1 (Fixed point)** *The PeerRank rule returns grades that are an eigenvector of the grade matrix A.*

**Proof:**

In matrix notation, at the fixed point, we have:

6-2.png

That is,

6-3.png

Rearranging and cancelling gives:

6-4.png

Dividing by α and letting . λ=|X|, we get:

6-5.png

SOME EXAMPLES

To illustrate how the PeerRank rule works on some simple cases, we consider a few examples.

Unanimous grade matrix

Suppose that every entry in the grade matrix A is the grade k with 0 ≤k≤ 1. Now an eigenvector of A, and the PeerRank solution assigns each agent with this grade k. The weighted average of identical grades is always the same whatever the weights. This is what we might expect. The grade matrix tells us nothing more than this.

Identity grade matrix

Suppose the grade matrix A is the identity matrix. That is, each agent gives themselves the maximum grade 1, and every other agent the minimum grade 0. Now an eigenvector of A, and the PeerRank solution assigns each agent with the average grade 1/m. Again, this is what we might expect. The grade matrix tells us nothing more than all agents are symmetric, and so dividing the mark between them might seem reasonable.

Bivalent grade matrices

Suppose that agents partition into two types: good and bad. The good agents give a grade of 1 to other good agents, and 0 to bad agents. The bad agents gives a grade of 1 to every agent. In each iteration of the PeerRank method, the grades of the good agents remain unchanged at 1. On the other hand, the grades of the bad agents monotonically decrease towards their fixed point at 0. We also get the same fixed point if the bad agents give a grade of 0 to every agent besides themselves (irrespective of the grade that they give themselves). Again, this is what we might expect. The PeerRank method identifies the good and bad agents, and rewards them appropriately.

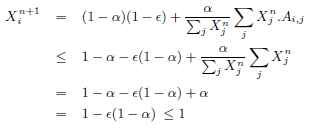
4 PROPERTIES

The PeerRank rule has a number of desirable (axiomatic) properties. Several of these properties (e.g. no dummy and no discrimination) are properties that have been studied by in peer selection of a prize [4]. First, we argue that the PeerRank rule returns a normalised grade.

**Proposition 2 (Domain)** *The PeerRank rule returns grades in [0, 1].*

**Proof:**

Clearly ≥0 for all n as it is the sum of two terms which are never negative. We prove that ≤1 by induction on n In the base case, ≤1 as it is the average of terms which are themselves less than or equal to 1. In the step case, suppose 0 ≤ 1 for all i. Let =1 – ε where 0 ≤ ε ≤1. Then



Note that these bounds are reachable. In particular, if all peer grades are 0 (1) then the PeerRank rule gives every agent this grade. .

Next we argue that if all agents give an agent the same grade then this is their final grade.

**Proposition 3 (Unanimity)** *If all agents give an agent the grade k then the PeerRank rule gives this grade k to the agent.*

**Proof:**

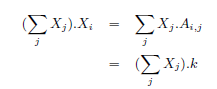
Suppose all agents give agent i the grade k. Consider the ith component of the fix point equation:

6-8.png

Rearranging gives:

6-9.png

Dividing by α and multiplying up the fraction gives:



Dividing by the common termwe get: Xi = k.

The PeerRank rules also satisfies a no discrimination axiom. Every vector of grades is possible.

**Proposition 4 (No discrimination)** *Given any vector of grades, there exists a grade matrix with which the PeerRank rule returns this vector.*

**Proof:**

Suppose we want agent i to get the grade ki. Then we construct the grade matrix with A i;j = ki and appeal to unanimity.

The PeerRank rules also satisfies a no dummy axiom since every agent has some influence over the final grade.

**Proposition 5 (No dummy)** *There exist two grade matrices which differ in just the grades assigned by one agent for which PeerRank returns different final grades.*

**Proof:**

Consider the grade matrix in which every agent gives the maximum grade of 1 to every other agent, and the grade matrix which is identical except agent i gives every agent the minimum grade of 0. Then PeerRank gives a grade of 1 to agent i in the first case and 0 in the second. Hence i is not a dummy.

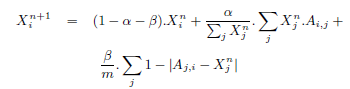
The PeerRank rules also satisfies a simple symmetry axiom.

**Proposition 6 (Symmetry)** *If we swap the grades of two agents and the grades that the two agents are given then the PeerRank rule swaps the grades assigned to the two agents.*

It is also interesting to identify properties that the PeerRank rule does not have. For example, it is not impartial. Your grades of others do affect your own final grade. As a second example, it is not anonymous. It does matter who gives you a grade. It is better to get a good grade from an agent who themself receives good grades than from an agent who themself receives poor grades.

GENERALIZED PEERRANK

The PeerRank rule proposed so far does not incentivize agents to evaluate other agents or even themselves accurately. We therefore add an additional term to provide such an incentive. Suppose α and β are parameters with α + β ≤1. Then we define the generalised PeerRank rule recursively by the following equation:



This degenerates to the earlier form of the rule when β =0. The new term measures the normalised absolute error in the grades given by an agent. This is similar to the reward given in the recent mechanism for reviewing NSF proposals in the SSS program [6]. The agent “receives” a credit towards their grade of β times this normalised error.

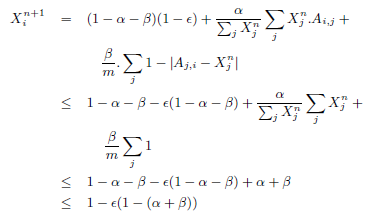
If Aj;i = for all j then the grades assigned by an agent are exact and we add β to their score. If 6-12.png for all j then the grades assigned by an agent are completely wrong (either the agent gives a grade of 1 when it should be 0 or vice versa). In this case, their grade is reduced by a factor β for evaluating incorrectly.

The generalised PeerRank rule continues to satisfy the domain, no discrimination, no dummy, and symmetry properties. For no discrimination, and no dummy, we can just set β =0 and appeal to the previous results. For the domain property, we need to prove afresh that the additional term cannot take us outside the interval [0, 1].

**Proposition 7 (Domain)** *The generalized PeerRank rule returns grades in [0, 1].*

**Proof:**

Clearly ≥0 for all n as it is the sum of terms which are not negative. We prove that by induction on n In the step case, suppose 0≤ ≤1 for all i. Let =1 –ε where 0 ≤ε≤1. Then



Recall that α+β≤1 and ε≥0. Thus, ε(1-( α+β ))≥0. Hence ≤1.

To demonstrate the impact of the new term that encourages accurate peer grading, we consider again the simple grade matrices considered previously.

**Unanimous grade matrix**

Suppose every entry in the grade matrix A is the grade k. Now the generalised PeerRank solution assigns each agent with a grade greater than or equal to k (with equality when m =1, k =1 or β=0). Grades increase above k as agents receive some credit for grading accurately.

**Identity grade matrix**

Suppose the grade matrix A is the identity matrix. That is, each agent gives themselves the maximum grade 1, and every other agent the minimum grade 0. Now the generalised PeerRank solution assigns 1 each agent a grade greater than or equal to 1/m (with equality when m =1 or β =0). Grades are larger than 1 /m as agents receive credit for grading themselves semi-accurately.

**Bivalent grade matrices**

Suppose that agents partition into two types: good and bad. The good agents give a grade of 1 to the good agents, and 0 to the bad agents. The bad agents gives a grade of 1 to every agent. Now the generalised PeerRank method give the good agents a grade less than or equal to 1, and the bad agents a grade more than or equal to 0. The bad agents get some credit for grading the good agents (semi-)accurately. This means that the grade of the bad agents by the good agents was a little too harsh, and their own grade suffers.

**6 EXPERIMENTAL EVALUATION**

We tested the performance of the generalised PeerRank rule on some synthetic data. In all experiments, we set α=β=0.1. Results are, however, relatively insensitive to the actual choice of α or β. Based on the promise shown in these experiments, we are currently preparing a real world test with undergraduate students. Our typical experimental setup is 10 agents who give an integer mark to each other of between 0 and 10, and an actual mark of between 0 and 100. Therefore a simple baseline against which we compare is the sum of these peer graded marks (or equivalently the average of the normalised peer grade). We denote this as the AVERAGE rule.

We studied a number of different distributions of marks amongst the agents (e.g. binomial, normal, uniform). These are discussed in more detail in the next section. We also need a marking model to determine how well the grading agents grade. We used a simple model based on each mark being awarded independently with a probability given by the grade of the grading agent. In our experiments, this means that the agents are effectively answering 10 questions, that the probability of each of these questions being answered correctly is their actual grade, and that the probability of each of these questions being graded correctly is the grade of the grading agent. This gives a distribution of marks that is the sum of two binomials.

For instance, if the actual mark of an agent is 62 out of 100, then we expect their peer grade to be (on average) 6 out of 10. Suppose their work is marked by an agent whose actual mark is 72 out of 100. On the 6 questions that the agent is expected to get right, we suppose that each is marked correctly by this peer with probability 0.72. This gives a binomial distribution of 6 marks with a probability of 0.72. On the 4 questions that they got wrong, we suppose also that they are marked correctly by this peer (as false) with probability 0.72, and incorrectly (as true) with probability 1-0.72. This gives again a binomial distribution of 4 marks with a probability of 1-0.72. Hence, the final mark given to the agent by their peer is the sum of these two binomial distributions: bin(6, 0.72) + bin(4, 1 – 0.72) where bin(m, p) is a binomial distribution of m trials with probability p.

We tried other marking models including normally distributed peer grades with a standard deviation that is inversely proportional to the grade of the marking agent, and uniform distributed peer grades with a range that is also inversely proportional to the grade of the marking agent. As we obtained similar results with these other marking models, we focus here on our simple sum of binomials model.

6.1 Mark distributions

We begin with a simple binomial distribution of marks. We let the actual mark of the agents be a binomial distribution of 100 trials with a given probability p. In Figure 1, we plot the RMSE (root mean square error) of the predicted mark as a percentage of the 100 marks for varying p. Thus a RMSE of 5% means that the PeerRank grade is off with a root mean square error of 5 marks (out of the 100 possible marks). If we map back onto grades out of 10, this means we are off by less than half a grade. For p> 0.6 (in other words, for where the marks are typically above 60 out of 100), the generalised PeerRank method outperforms simply averaging the peer grades. For p> 0.65, the error is 4% or less. This compares well with the error returned by simply averaging the peer grades (which is mostly above 10% in this region). Note that for PeerRank to get any useful signal out of the data, we need p> 0.5. At p =0:5, we will often answer (or mark) an exam just as well by tossing a coin. With the PeerRank method, we need the exam to be informative (that is, to have p> 0:6), to be able to extract much information from the grade matrix.

We next turned to a normal distribution of marks. This permits us to study the impact of increasing the standard deviation in marks. With the previous binomial distribution of marks, the standard deviation is which is fixed by p. In Figure 2, we plot the error in the predicted mark for varying standard deviations. The mean grade is fixed at 70 marks out of 100. We again see that the generalised PeerRank method outperforms simply averaging peer grades

except when there is a very large standard deviation in marks.

Finally, we consider a simple uniform distribution of marks. We suppose that every mark from lo to 100 is equally likely. In Figure 3, we plot the error in the predicted grade whilst we vary lo, the lowest possible mark. From lo > 20, the generalised PeerRank method outperforms simply averaging the peer grades. For lo ≥50, the error is less than 10%. As with binomially distributed marks, the exam needs to be informative (that is, for marks to be above 50), to be able to extract information from the grade matrix.

RMSE (percentage of total marks)

p, probability of answering correctly

PeerRank

AVERAGE

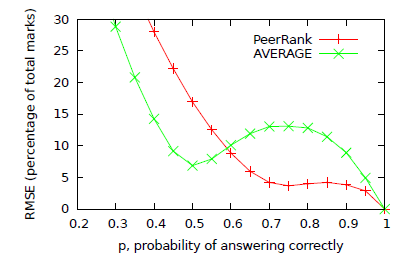


Figure 1. Performance of the generalised PeerRank method on marks coming from a binomial distribution with parameter p.

RMSE (percentage of total marks)

standard deviation in marks

PeerRank

AVERAGE

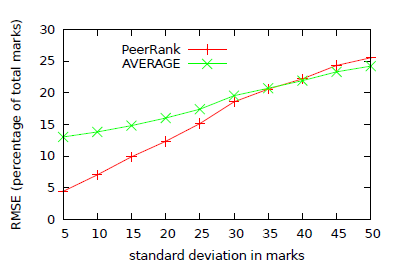


Figure 2. Performance of the generalised PeerRank method on marks from a normal distribution with a mean of 70 as we vary the standard deviation.

RMSE (percentage of total marks)

lower bound, lo

PeerRank

AVERAGE

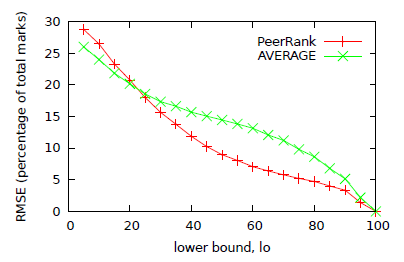


Figure 3. Performance of the generalised PeerRank method on marks coming from the uniform distribution [lo, 100] for varying lower bound lo.

RMSE (percentage of total marks)

bias, r

PeerRank

AVERAGE

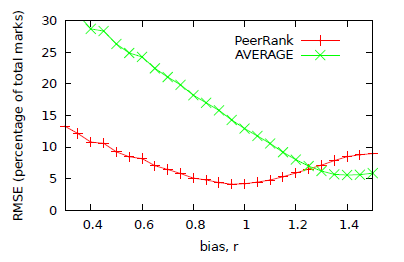


Figure 4. Performance of the generalised PeerRank method on marks coming from a binomial distribution with a mean of 70 (i.e. p =0:7) as we vary the bias in the peer marking. For r> 1, peers return inflated marks. For r< 1, peers return deflated marks.

6.2 Group size

So far, we have supposed that there are 10 agents who grade each other. We next consider the impact that the size of this group has on the accuracy of the peer grades. We therefore ran an experiment in which we varied the number of agents peer marking. We again use a binomial distribution of marks with a mean of 70. With 5 or more agents, the error of the generalised PeerRank method was less than 5% and was half or less of that of simply averaging the peer grades. With 10 to 20 agents, the error of the generalised PeerRank method was less than a third of that of simply averaging the peer grades. These results suggest that the PeerRank method does not need many peer grades in order to obtain an accurate result. Ideally, we need around 10 grades for each agent, but even with just 5 grades, we are often able to obtain acceptable results.

6.3 Biased marks

Peer grades may be systematically biased. For instance, students may collude and agree to grade each other generously. Even if there is no explicit collusion, there are studies which suggest that students grade each other generously (e.g. [5]). To study this, we inflate or deflate the mean of the peer grades by a factor r. For instance, if r =1.1 then the mean peer mark is increased by 10%. On the other hand, if r=0.9 then the mean peer mark is decreased by 10%. We again use a binomial distribution of actual marks with a mean of 70.

In Figure 4, we plot the RMSE of the predicted grade again as a percentage of the 100 marks whilst we vary the bias in peer grades. For 0.75 ≤r ≤ 1.25, the error of the generalised PeerRank method is 5% or less of the total marks. That is, we are able to tolerate a bias of 25% in peer grades without significantly increasing the error. These results suggest that the generalised PeerRank method has some robustness against bias. The minimum in errors for averaging peer grades at around r =1.5 is likely an artefact of the model. Averaging peer grades tend to under-estimate the actual grade. Therefore a positive bias on the peer grades tends to reduce this.

7 RELATED WORK

There is a large literature on peer assessment but the focus is mostly on pedagogical aspects of peer assessment (for example, how peer assessment itself contributes to the learning experience). There is less literature on how best to combine peer assessments together. Many of the peer assessments systems being used in practice today often have simple and rather ad hoc mechanisms for combining together peer assessments. In addition to multiple choice questions and computer grading, peer assessment has been used on a number of Coursera courses. Students first train with a grading rubric. To get feedback on their own work, a student has to grade five essays. The student then receives peer grades from five other students. Using machine learning algorithms, Piech et al. have estimated and corrected for grader biases and reliabilities [9]. They demonstrate significant improvement in grading accuracy on real world data of over 63,000 peer grades. Their models are probabilistic so give a belief distribution over grades (as opposed to a single score) for each student.

PEAS is a new peer evaluation extension for the EdX open source MOOC platform [10]. Students are incentivized to grade accurately by a calibration method that constructs an incentive score based on the accuracy of their grading. To improve review quality, students are divided into groups based on this incentive score, and each assignment is peer graded by one student from each group. A simple normalisation of grades is also performed to reduce bias in peer grading. Expert grading can be used to resolve discrepancies in peer grades, and to provide training data for Machine Learning algorithms to grade automatically. An important difference with our work is that the calibration in PEAS is just once, whilst PeerRank potentially uses multiple rounds of adjustment of grades.

One of the closest works to ours is a peer reviewing mechanism being piloted by the National Science Foundation (NSF) for the Signal and Sensing Systems (SSS) program. The mechanism is designed to help deal with an increase in proposals which is putting an increasing stress on the grant reviewing process. This increase in proposals has led to a degradation in the quality of reviews, as well as a shrinking pool of qualified but non-conflicted reviewers. The NSF has therefore decided to pilot a mechanism for peer review that is adapted from one first proposed by Merrifield and Saari [6]. To incentivize applicants to review well, and to deter strategic ranking, reviewers receive additional score for reviewing well which can increase them a maximum of 2 places in the final ranked list. This mechanism is somewhat different to ours as the NSF mechanism ranks proposals, whilst our mechanism returns a grade. In our mechanism, final grades returned may not totally rank the proposals. Another work which is close to ours is the CrowdGrader mechanism for peer evaluation from UC Santa Cruz [2]. CrowdGrader lets students submit and collaboratively grade solutions to homework assignments. The tool permitted both ranking and grading of homework. However, de Alfaro and Shavlovsky found that students much preferred to grade than to rank. They expressed uneasiness in ranking their peers, perceiving ranking as a blunt tool compared to grading. At the heart of CrowdGrader is the Vancouver algorithm for combining peer grades. There are two significant differences between the Vancouver algorithm and the PeerRank rule. First, the Vancouver algorithm measures variance in grades whilst PeerRank (like the NSF rule) measures the absolute deviation. A rule based on variance will tend to penalise inexperienced agents more greatly. Second, the reward term in the Vancouver algorithm is added after a fixed point is reached, whilst in the PeerRank rule, it is part of the fixed point calculation. We conjecture that it is more robust to include it in the fixed point calculation when there is significant variation in the accuracy of grades assigned by a single agent.

There are a number of closely related problems to ours in the social choice literature. For example, Holzman and Moulin have studied a related problem in which a set of agents wish to select one amongst them to receive a prize [4]. A fundamental assumption of this work is that nominations are impartial: your message never influences whether you win the prize. In our setting, such an assumption is less appropriate. We want your evaluation of the work of another agent to influence your evaluation. There are several reasons behind this change. First, your ability to evaluate the work of other agents measures in part your command of the subject being examined. Second, you will be incentivized to grade accurately by a better final grade. If your message cannot influence your evaluation, then you have no incentive to provide good evaluations. For this reason, even if we extend the sort of methods proposed by Holzman and Moulin to the task of ranking, the starting assumptions are very different.

Another related problem is “selection from the selectors” [1]. The goal here is to select a subset of k agents from a group (e.g. to select a subcommittee). The problem of awarding a prize from a group of peers can be seen as the special case of k =1. As approval voting is not impartial, Alon, Fischer, Procaccia and Tennenholtz look for impartial rules that approximate approval voting (that is, guarantee that the total approval scores of the k winners are within a fixed fraction of the optimal answer). Again, a difference with this work is that we are not trying to achieve or approximate impartiality.

A closely related problem is the division of cash between a group of partners [3]. Each partner cares selfishly about their share but is supposed to be disinterested about the distribution of the money that he or she does not get. Partners rate the relative contributions of the other partners. With four or more partners, there exist symmetric and impartial division rules. By comparison, whilst our PeerRank rule is symmetric, it is not designed to be impartial. The grades assigned by an agent can definitely influence their final grade.

**Conclusions**

We have proposed the PeerRank method for peer assessment. The PeerRank method weights grades by the grades of the grading agents. In addition, it rewards agents for grading well and penalises those that grade poorly. As the grades of an agent depend on the grades of the grading agents, and as these grades themselves depend on the grades of other agents, the PeerRank method is defined by a fixed point equation similar to the PageRank method. We have identified some formal properties of the PeerRank method, discussed some examples, and evaluated the performance on some synthetic data. The method reduces the error in grade predictions by a factor of 2 or more in many cases over the natural baseline of simply averaging peer grades. As the method favours consensus, it is most suited to domains where there are objective answers but the number of agents is too large for anything but peer grading.

There are many possible extensions. For example, we might consider peer assessments where agents only grade a subset of each other. The PeerRank rule lifts easily to this case. As a second example, we might permit external calibration by having some agents graded externally. As a third example, we might consider peer assessment when agents order rather than grade. They might be willing to say “agent a should be graded higher than agent b”, or “agent a should receive a similar grade as agent b” but the grading agents might be less willing to give an absolute grade without seeing the work of all other agents. Another interesting direction would be to return a distribution or interval of grades, reflecting the uncertainty in the estimate. This could be calculated based on the intermediate grades seen before the fixed point is reached.

REFERENCES

**[1] N. Alon, F. Fischer, A. Procaccia, and M. Tennenholtz, ‘Sum of us: Strategy proof selection from the selectors’, in Proceedings of the 13th Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge, pp. 101–110, (2011).**

**[2] L. de Alfaro and M. Shavlovsky, ‘Crowdgrader: Crowdsourcing the evaluation of homework assignments’, Technical Report 1308.5273, arXiv.org, (August 2013).**

[3] G. DeClippel, H. Moulin, and N. Tideman, ‘Impartial division of a dollar’, Journal of Economic Theory, 139, 176–191, (2007).

**[4] R. Holzman and H. Moulin, ‘Impartial nominations for a prize’, Econometrica, 81(1), 173–196, (2013).**

**[5] P.M. Kerr, K.H. Park, and B.R. Domazlicky, ‘Peer grading of essays in a principles of microeconomics course’, Journal of Education for Business, 70(6), 357–361, (1995).**

**[6] M.R. Merrifield and D.G. Saari, ‘Telescope time without tears: a distributed approach to peer review’, Astronomy & Geophysics, 50(4), 4.16–4.20, (2009).**

[7] P. Naghizadeh and M. Liu, ‘Incentives, quality, and risks: A look into the NSF proposal review pilot’, Technical Report 1307.6528, arXiv.org, (July 2013).

**[8] L. Page, S. Brin, R. Motwani, and T. Winograd, ‘The PageRank citation ranking: Bringing order to the web.’, Technical Report 1999-66, Stanford InfoLab, (November 1999).**

**[9] Chris Piech, Jonathan Huang, Zhenghao Chen, Chuong Do, Andrew Ng, and Daphne Koller, ‘Tuned models of peer assessment in MOOCs’, in Proceedings of The 6th International Conference on Educational Data Mining (EDM 2013), (2013).**

**[10] J. Singh, K. Jain, N. Vedula, P. Mathur, S. Agrawal, and P. Agraewal. PEAS: Peer expect autograde self: Peer evaluation system for MOOC, 2013. Poster, Fundamental Research Group, Dept of CSE, IIT Bombay.**

**PeerRank Метод коллегиальной оценки**

Мы предлагаем метод PeerRank для коллегиальной оценки. Это создает оценку для агента на основе оценок, предложенных агентов, оценивающих агента. Поскольку оценка агента является мерой их способности оценивать правильно, PeerRank метод весовых оценок по оценкам оценивания агента. Метод PeerRank также обеспечивает стимул**ы** для агентов оценивать корректно. Как оценки агента зависят от оценок оценивания агентов, так и эти оценки сами зависят от оценок других агентов, мы определяем метод PeerRank уравнением неподвижной точке, аналогичным PageRank способу или рейтингу веб-страниц. Мы выявляем некоторые формальные свойства метода PeerRank (например, он удовлетворяет аксиомам единодушия, без пустышки, без дискриминации и симметрично), обсуждаем некоторые примеры, сравниваем с соответствующей работой и оцениваем производительность на некоторых синтетических данных. Наши результаты оказались весьма перспективными, уменьшая ошибку в прогнозах оценки с коэффициентом 2 или более, во многих случаях более он естественным базовой среднего коллегиальных оценок.

 1.

ВВЕДЕНИЕ

Мы рассмотрим, как объединить вместе коллегиальные оценки из какой-то работы, чтобы построить общую оценку этой работы. Важным применением предлагаемого нашей системы является оценка в массовых открытых онлайн-курсов (MOOCs). В такой обстановке, это может быть непрактичным, чтобы предложить что-нибудь кроме автоматизированного оценивания (там, где это возможно) или коллегиального оценивания (например, для эссе, где это не может быть возможно). Другим применением предлагаемого фреймворка является коллегиальная оценка заявок на гранты. Часто есть только небольшая группа экспертов, которые способны рассмотрения заявки на получение грантов в частности суб-области. Во многих случаях, эти люди также представили заявки на получение грантов себя. Естественно поэтому рассмотреть возможность разработки механизма, в котором эти люди, подающие предложения также рассмотреть их.

К сожалению, коллегиальная оценка страдает от нескольких основных проблем. Во-первых, как мы можем обеспечить стимул для агентов, чтобы оценить их коллег также? Во-вторых, в качестве коллеги могут иметь различные знания, как мы компенсировать любые непреднамеренные предубеждений, что коллегиальная оценка может ввести? В-третьих, в качестве коллег не могут быть незаинтересованных в исходе, как мы компенсировать любые умышленные предубеждений, что Peer оценку может ввести? В этой статье мы рассматриваем это как дизайн механизм задачи, в которой мы смотрим, чтобы обеспечить стимулы для коллегиальной оценки хорошо, а как средство, чтобы попытаться компенсировать любые предубеждения.

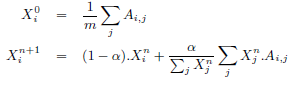
Наша главная вклад предложить метод PeerRank для коллегиальной оценки. Это создает оценку для агента на основе оценок, предложенных агентов, оценивающих агента. Метод PeerRank делает два основных допущения о том, как коллегиальные оценки должны быть объединены. Во-первых, он допускает, что оценка агента является мерой их способности оценивать правильно. Следовательно, оценки взвешиваются по оценкам оцененных агентов. Во-вторых, агенты должны быть вознаграждены для оценивания правильно. Это дает агентам стимул обеспечивать точные коллегиальные оценки. Мы выявляем некоторые формальные свойства метода Peer-Rank. Мы также оцениваем производительность на некоторых синтетических данных. Так как наш метод способствует консенсусу, это наиболее подходит для областей, где есть объективные ответы, но число агентов слишком велико для чего-либо, кроме коллегиальной оценки.

Мы надеемся, что эта работа будет поощрять других рассмотреть коллегиальную оценку из подобной (социального выбора) точки зрения. Есть другие хрестоматийные свойства мы могли бы формализовать и исследовать. Например, правило PeerRank не является монотонным. Увеличение оценки для агента может повредить агенту, если они тем самым получат большую долю их поддержки агентами, которые плохо оценивают. С другой стороны, правило PeerRank вероятно, удовлетворяет более сложной форме монотонности, в котором уменьшения ошибки в оценке агента только когда-либо ***помогает этому агенту.*** Мы ожидаем, что существуют важные аксиоматические результаты, полученные о коллегиальном оценивании. Наконец, интересно расширение будет возвращать распределение или интервал оценок, отражая неопределенность в оценке.

2 ПРАВИЛО КОЛЛЕГИАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Мы предположим, что есть m агентов, и агент j обеспечивает полноценный Ai;j к экзамену агента i. Оценки нормированы в интервале [0, 1]. Мы полагаем, агенты оценивают свою работу, но это может быть ослаблено. Кроме того, как мы покажем в экспериментальной части, предлагаемое PeerRank правило относительно нечувствительны к какой-либо предвзятости, что агент может иметь к оцениванию свою работу или у других агентов. Оценка каждого агента строится из оценок агентов, **оценивающих** агента. Поскольку оценка является мерой их способности оценивать правильно, мы взвешиваем оценку агента данную другим агентом по их собственной оценке. Оценка агента, таким образом, есть средневзвешенная из оценок агентов, оценивающих агента. Теперь оценки агентов, оценивающих агента сами являются средне взвешенными оценок агентов, оценивающих агентов. Таким образом, мы создали набор уравнений и отыскали неподвижную точку системы. Это напоминает о проблеме, с которой сталкивается **алгоритма PageRank [8].** В PageRank, веб-страницы ранжируются в соответствии с рангами веб-страниц, которые ссылаются на них, эти ранги зависят от рангов веб-страниц, которые **любят** их, и так далее.

Пусть оценка агента i в n-ой итерации правило PeerRank и 0 <α <1. Определим оценки на каждой итерации следующим образом:



Последний член является лишь средний балл агента, взвешенных текущих оценок. Оценки PeerRank являются неподвижная точка этих уравнений. Обратите внимание, что в то время мы начинаем с (невзвешенное) среднее содержание, этот выбор не очень критично, и мы, как правило, достигают ту же фиксированную точку с других начальных семян. Аналогичным образом, выбор точного значения альфа не является критическим и в значительной оценки влияет на скорость сходимости. Это потому, что неподвижная точка является собственным вектором ранга матрицы А.

**Предложение 1 (с фиксированной точкой)** *Правило PeerRank возвращает оценки, которые являются собственным вектором матрицы оценивания А.*

Доказательство:

В матричных обозначениях, в фиксированной точке, мы имеем:

6-2.png

Что есть

6-3.png

Преобразование и отмена дает:

6-4.png

Деление на α и обозначив λ = | X |, получим:

6-5.png

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ

Чтобы проиллюстрировать, как правило PeerRank работает на некоторые простые случаи, мы рассмотрим несколько примеров.

Матрица единогласного оценивания

Предположим, что каждая запись в матрице А – это оценка k 0 ≤k≤ 1. Теперь собственного вектора, и решение PeerRank присваивает каждому агенту этой оценки k. Средневзвешенная одинаковых оценок всегда то же самое независимо от веса. Это то, что мы могли бы ожидать. Матрица оценок ничего не говорит кроме этого.

единичная матрица оценивания

Предположим, что матрица оценок А единичная матрица. То есть, каждый агент дает себя максимальную оценку 1, и любой другой агент, минимальное оценки 0. Теперь собственный вектор A, и полученное решение PeerRank присваивает каждому агента при среднем содержании 1 / м. Опять же, это то, что мы могли бы ожидать. Матрица оценок ничего не говорит нам больше, чем все агенты являются симметричными, так и делением знак между ними может показаться разумным.

Матрицы двухзначного оценивания

Предположим, что агенты разделить на два типа: хорошие и плохие. Хорошие агенты дают оценку 1 другим хорошим агентам и 0 плохим агентам. Плохие агенты дает оценку от 1 каждому агенту. В каждой итерации метода PeerRank, что оценки хорошие агентов остаются неизменными и равные 1. С другой стороны, оценки плохих агентов монотонно убывают к их фиксированной точке 0. Мы также получаем ту же неподвижную точку, если плохие агенты дать оценку от 0 до каждого агента, кроме себя (независимо от оценки, которую они дают себе). Опять же, это то, что мы могли бы ожидать. Метод PeerRank определяет хороших и плохих агентов и вознаграждает их соответствующим образом.

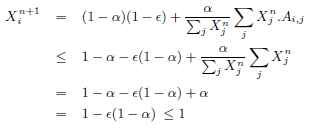
4 СВОЙСТВА

Правило PeerRank имеет ряд желательных (аксиоматических) свойствами. Некоторые из этих свойств (например, не фиктивные и не дискриминация) свойства, **которые были изучены в выборе *сверстников* приза [4].** Во-первых, мы считаем, что правило PeerRank возвращает нормализованную оценку.

**Предложение 2 (домена)** *Правило PeerRank возвращает оценки в [0, 1].*

Доказательство:

Очевидно ≥0 для всех п, как это сумма двух слагаемых, которые никогда не отрицательным. Мы докажем, что ≤1 индукцией по п в базовом варианте, ≤1, как это средняя терминов, которые сами меньше или равна 1. В шаге случае, предположим0 ≤ 1 для всех i. Пусть = 1 - ε, где 0 ≤ ε ≤1. Затем



Обратите внимание, что эти оценки достижимы. В частности, если всех коллегиальных оценок: 0 (1), то правило PeerRank дает каждому агенту этот оценку. ,

Далее мы утверждать, что, если все агенты дают агента тот же оценку, то это их итоговая оценка.

**Предложение 3 (Единодушие)** *Если все агенты дают агентe оценку K, то правило PeerRank дает эту оценку К агенту.*

Доказательство:

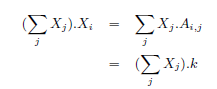
Предположим, что все агенты дают агенту i оценку k. Рассмотрим i-й компонент уравнения фиксированной точки:

6-8.png

Переупорядочивание дает:

6-9.png

Деление на α и умножения на долю дает:



Разделив на общий терм, , мы получаем: Xi = k.

PeerRank правила также удовлетворяет аксиоме нет дискриминации. Каждый вектор оценок возможен.

**Предложение 4 (Нет дискриминации**) *для любого вектора оценок, существует матрица оценок, с которой правило PeerRank возвращает этот вектор.*

Доказательство:

Предположим, мы хотим агента i получить полноценный ki. Тогда мы построим полноценную матрицу с A i;j = ki и обратиться к единодушию.

Правила PeerRank также удовлетворяют аксиоме не пустоты, так как каждый агент имеет некоторое влияние на итоговую оценку.

**Предложение 5 (Нет пустота)** Там существуют два матрицы оценок, которые отличаются оценками, назначенными одним агентом, для которого PeerRank возвращает различные итоговые оценки.

Доказательство:

Рассмотрим матрицу оценок, в которой каждый агент дает максимальную оценку от 1 до любой другой агент, и матрицу оценок, идентичную, за исключением агента i дает каждого агента минимальную оценку 0. Тогда PeerRank дает оценку от 1 до агента i в первом случае и 0 во втором. Отсюда i не пустышка.

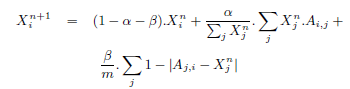
PeerRank правила также удовлетворяет простой аксиомы симметрии.

**Предложение 6 (Симметрия)** *Если мы переставляем оценки двух агентов и оценки, что два агента дали, то правило PeerRank меняет оценки, присвоенные двум агентам*.

Интересно также, чтобы определить свойства, которых правила PeerRank не имеют. Например, это есть не беспристрастным. Ваши оценки других делают повлиять на вашу собственную итоговую оценку. В качестве второго примера, это не является анонимным. Это делает тот, кто дает вам оценку. Это лучше, чтобы получить хорошую оценку от агента, который сам себе получает хорошие оценки, чем от агента, который сам себе получает плохие отметки.

Обобщенная PEERRANK

Правила PeerRank, предложенные до сих пор не стимулировать агентов для оценки других агентов или даже сами точно. Поэтому мы добавляем дополнительный член, чтобы обеспечить такой стимул. Предположим, α и β являются параметрами с α+ β ≤1. Затем мы определяем обобщенное правило PeerRank рекурсивно следующим уравнением:



Это вырождается в ранней форме правила, когда β = 0. Новый член измеряет нормализованную абсолютную ошибку в оценках, данных агентом. **Это похоже на вознаграждение, приведенной в недавнем механизма для рассмотрения NSF предложений в программе SSS [6].** Агент "принимает" кредит к их оценки β раз в этом нормализуется ошибок.

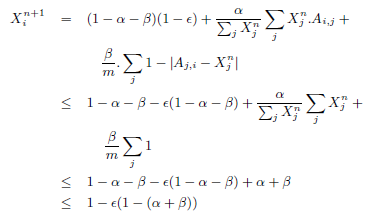
Если Aj;i = для всех j то оценки, назначенные агентом точны, и мы добавим их β счет. Если 6-12.png для всех j то оценки, назначенные агентом полностью неправильны (или агент дает оценку 1, когда он должен быть 0 или наоборот). В этом случае их оценка уменьшается в р для оценки неправильно.

Обобщенная правило PeerRank продолжает удовлетворять домен, никакой дискриминации, ни пустоты, и свойства симметрии. Для не дискриминации и не пустоты, мы можем просто установить β = 0 и обратиться с предыдущими результатами. Для свойства домена, мы должны доказать, что заново дополнительный терм не может вывести нас за пределы интервала [0, 1].

**Предложение 7 (домена)** *Обобщенная PeerRank правило возвращает оценки в [0, 1].*

**Доказательство:**

Очевидно ≥0 для всех п, так как это сумма слагаемых, которые не отрицательные. Мы докажем, что индукцией по п на этапе случае, предположим, 0≤ ≤1 мне все. Пусть =1 –ε , где 0 ≤ε≤1. Затем



Напомним, что а + β≤1 и ε≥0. Таким образом, ε (1- (α + β)) ≥0. Следовательно ≤1

Чтобы продемонстрировать влияние на новый срок, который поощряет точную коллегиальное оценивание, мы снова рассмотрим простые матрицы оценки рассчитанные ранее.

**единогласная Матрица оценивания**

Предположим, каждая запись в матрице оценок А есть оценка k. Теперь обобщенное решение PeerRank присваивает каждому агенту с оценкой, большей или равной k (при равенстве, когда m = 1, к = 1 или β = 0). Оценки поднимаются выше к, как агенты получают некоторый кредит для оценивания точно.

единичная **Матрица оценивания**

Предположим, что матрица А единичная матрица. То есть, каждый агент дает себя максимальную оценку 1, и любой другой агент минимальную оценку 0. Теперь обобщенное решение PeerRank назначает 1 каждому агенту оценку, большую или равную 1 / m (с равенством, когда m = 1 или β = 0). Оценки больше, чем 1 / m, как агенты получают кредит для оценивания себя полуточно.

Двухвалентные Матрицы оценивания

Предположим, что агенты разделить на два типа: хорошие и плохие. Хорошие агенты дают оценку от 1 хорошим агентам, и от 0 плохим агентам. Плохие агенты дает оценку от 1 каждому агенту. Теперь обобщенный метод PeerRank дает хорошим агентам оценку меньше или равный 1, и плохим агентам оценку больше чем или равные 0. Плохие агенты получают кредит для оценки хороших агентов (полу-) точно. Это означает, что оценки плохих агентов хорошим агентам были немного слишком суровыми, и их собственная оценка страдает.

**6 Экспериментальная оценивание**

Мы протестировали производительность обобщенного правила PeerRank на некоторых синтетических данных. Во всех экспериментах, мы устанавливаем α = β = 0,1. Результаты, однако, относительно нечувствительны к фактическому выбору α или β. На основании прогноза, показанного в этих экспериментах, в настоящее время мы готовим реальный мир испытание со студентами. Наш типичный экспериментальной установки 10 агентов, которые дают целое знак друг к другу между 0 и 10, и фактический знак между 0 и 100. Поэтому простой базовый, против которых мы сравниваем это сумма этих Peer оцениваются оценок (или, что эквивалентно среднему нормированного коллегиального оценивания). Обозначим это как правило СРЕДНЕГО.

Мы изучили целый ряд различных распределений оценок среди агентов (например, биномиальное, нормальное, форма). Они обсуждаются более подробно в следующем разделе. Мы также должны оценить модель для определения того, насколько хорошо оценка оценивающих агентов. Мы использовали простую модель, основанную на каждый знак присуждением независимо с вероятностью, заданной оценкой оценивающего агента. В наших экспериментах, это означает, что агенты, эффективно отвечая на 10 вопросов, что вероятность каждого из этих вопросов быть правильно ответили их текущая оценка, и что вероятность каждого из этих вопросов быть оценена правильно это есть оценка оцененного агента , Это дает распределение оценок, что является суммой двух двучленов.

Например, если фактическая отметка агента 62 из 100, то мы ожидаем, их коллегиальная оценка, чтобы быть (в среднем) 6 из 10. Пусть их работа отмечена агента, чей фактический знак 72 из 100. На 6 вопросов, что агент, как ожидается, получить права, мы полагаем, что каждый правильно отмечен этой ***сверстников*** с вероятностью 0,72. Это дает биномиальное распределение 6 оценок с вероятностью 0,72. На 4 вопросов, которые они получили не так, мы предполагаем, что они также отмечены правильно этом ***сверстников*** (как ложь) с вероятностью 0,72, и неправильно (как верно) с вероятностью 1-0.72. Это дает снова биномиальное распределение 4 оценок с вероятностью 1-0.72. Следовательно, окончательное Знак, выдаваемый агентом их равному является суммой этих двух биномиальных распределений: бин (6, 0,72) + бин (4, 1 - 0,72), где бен (т, р) является биномиальное распределение м испытаний с вероятностью р.

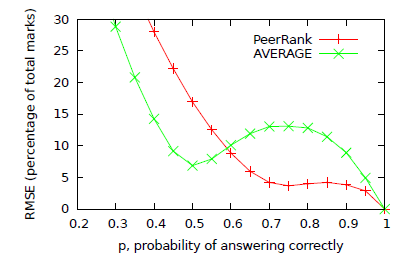
Мы испытали другие модели оценкировки в том числе нормально распределенных коллегиальных оценок со стандартным отклонением, которое обратно пропорционально оценки (оценке) ***отмеченной агентом*** и равномерное распределение коллегиальных оценок с рангом (оценкаю, диапазоном), который также обратно пропорциональный оценки (оценке) ***отмеченной агентом***. Так как мы получили аналогичные результаты с этими другими моделями оценкировки (отметки), мы ориентируемся здесь на нашей простой суммы биномиальной модели.

6.1 Отметка распределение

Начнем с простого биномиального распределения оценок. Мы позволяем фактическая отметка агентов быть биномиальное распределение 100 испытаний с заданной вероятностью р. На рисунке 1, мы построим СКО (среднеквадратичное ошибку) предсказанного оценки в процентах от 100 оценок для различных р. Таким образом, СКО 5% означает, что оценка PeerRank выключен с среднеквадратичной ошибки 5 оценок (из 100 возможных оценок). Если мы назад на карте оценок из 10, это означает, что мы от менее, чем половины оценки. Для р> 0,6 (другими словами, для того, где оценки, как правило, выше 60 из 100), то обобщенный метод PeerRank превосходит простое усреднение коллегиальных оценок. При р> 0,65, погрешность 4% или менее. Это хорошо соотносится с ошибкой возвращается простым усреднением коллегиальной оценки (что в основном выше 10% в этом регионе). Обратите внимание, что для PeerRank, чтобы получить какую-либо полезную сигнал из данных, нам необходимо р> 0,5. В р = 0: 5, мы часто отвечают (или знак) экзамен как хорошо, бросая монетку. С помощью метода PeerRank, мы должны экзамен быть информативным (то есть, иметь р> 0: 6), чтобы иметь возможность извлечь много информации из матрицы оценки.

Далее мы обратились к нормальному распределению оценок. Это позволяет нам изучать влияние увеличения стандартного отклонения в знаками. С предыдущим биномиальное распределение отметок, стандартное отклонение √ (100p (1-р)), который фиксируется с. На рисунке 2, мы наносим ошибку в предсказанном отметки для различных стандартных отклонений. Средняя оценка зафиксирована на 70 оценок из 100. Мы вновь видим, что обобщенный метод PeerRank превосходит простое усреднение коллегиальной оценки кроме случаев, когда существует очень большой стандартное отклонение в баллах.

Наконец, мы рассмотрим простой равномерное распределение оценок. Мы полагаем, что каждый знак из ло 100 равновероятны. На рисунке 3, мы построим ошибку в прогнозируемой оценки, пока мы различаться вот, минимально возможную отметку. С Lo> 20, обобщенный метод PeerRank превосходит простое усреднение коллегиальных оценок. Для ло ≥50, ошибка менее 10%. Как биномиально распределенных оценок, экзамен должен быть информативным (то есть, для оценки, чтобы быть выше 50), чтобы иметь возможность извлекать информацию из матрицы оценки.



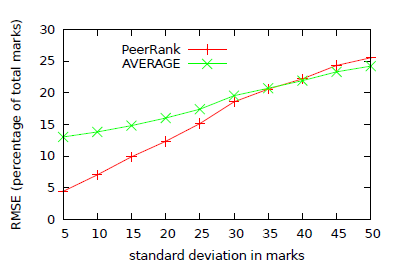
СКО (процент от общего числа оценок)

р, вероятность ответа правильно

PeerRank

СРЕДНЯЯ

Рисунок 1. Выполнение обобщенного метода PeerRank по оценкам, поступающих из биномиального распределения с параметром р.



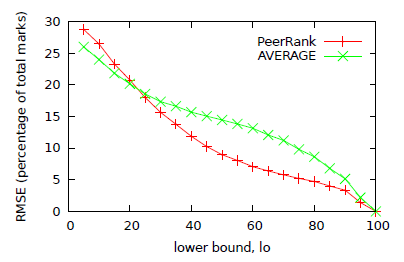
СКО (процент от общего числа оценок)

стандартное отклонение в баллах

PeerRank

СРЕДНЯЯ

Рисунок 2. Выполнение обобщенного метода PeerRank на следы от нормального распределения со средним значением 70, как мы варьировать стандартное отклонение.



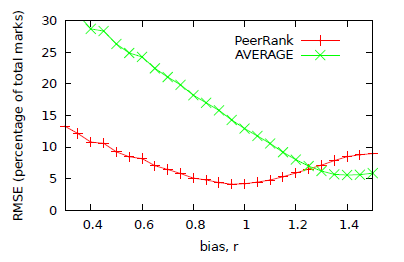
СКО (процент от общего числа оценок)

нижняя граница, вот

PeerRank

СРЕДНЯЯ

Рисунок 3. Выполнение обобщенного метода PeerRank по оценкам ближайшие из равномерного распределения [вот, 100] для различных нижняя граница Lo.



СКО (процент от общего числа оценок)

смещения, г

PeerRank

СРЕДНЯЯ

Рисунок 4. Выполнение обобщенного метода PeerRank по оценкам, поступающих из биномиального распределения со средним значением 70 (т.е. р = 0: 7), мы изменяем смещение в коллегиальные отметки. Для г> 1, коллеги вернуться завышенные оценки. Для г <1, коллеги вернуться дефлятированную отметки.

6.2 Размер группы

До сих пор мы предполагали, что есть 10 агентов, которые оценивают друг друга. Далее мы рассмотрим влияние, что размер этой группы на точность коллегиальных оценок. Поэтому мы побежали эксперимент, в котором мы варьировали количество агентов коллегиально оценкировки. Мы снова использовать биномиальное распределение оценок со средним значением 70 с 5 или более агентов, погрешность обобщенного метода PeerRank менее чем на 5% и был наполовину или меньше, что просто усреднения коллегиальных оценок. С 10 до 20 агентов, погрешность обобщенного метода PeerRank было меньше, чем треть, что просто усреднения коллегиальных оценок. Эти результаты показывают, что способ PeerRank не нужно много коллегиальных оценок, чтобы получить точный результат. В идеале, мы должны около 10 оценок для каждого агента, но даже с только 5 оценками, мы часто в состоянии получить приемлемые результаты.

6.3 Предвзятые отметки

**Коллегиальное оценки могут быть систематически предвзятыми. Например, студенты могут вступить в сговор и согласны оценить друг друга щедро.** Даже если нет явного сговора, есть исследования, которые показывают, **что оценки студентами друг друга великодушны (например, [5]).** Для изучения этого, мы увеличиваем или уменьшаем среднее значение коллегиальных оценок на коэффициент р. Например, если г = 1,1, то среднее коллегиальная отметка увеличивается на 10%. С другой стороны, если г = 0,9, то среднее равный знак снизилась на 10%. Мы снова использовать биномиальное распределение фактических отметок со средним значением 70.

На рисунке 4 мы построим СКО прогнозируемой оценки снова, как в процентах от 100 оценок, пока мы варьировать уклон (предвзятость) в коллегиальных оценках. Для 0,75 ≤R ≤ 1,25, погрешность обобщенного метода PeerRank 5% или менее от общей оценки. То есть, мы можем терпеть уклон 25% в равных оценок без существенного увеличения ошибку. Эти результаты показывают, что обобщенный метод PeerRank имеет некоторые устойчивость к предвзятости. Минимальная к ошибкам для усреднения коллегиальной оценки около г = 1,5, вероятно, является артефактом модели. Усреднения коллегиальных оценок, как правило, недооценивают реальную оценку. Поэтому положительное смещение на коллегиальных оценок тенденцию к снижению этого.

**7 связанные работы**

Существует обширная литература по коллегиальной оценке, но акцент делается в основном на педагогических аспектах коллегиальной оценки (например, как сама коллегиальная оценка способствует опыту обучения). Существует меньше литературы о том, как лучше всего сочетать коллегиальные оценки вместе. Многие из систем коллегиального оценивания, используемые на практике сегодня, часто имеют простой и довольно специальные (устроенный для данной цели) механизмы для объединения вместе коллегиальных оценок. **В дополнение к вопросам множественного выбора и компьютерного оценивания, коллегиальная оценка была использована в ряде курсов Coursera. Студенты сначала овладевают с оценочной рубрикой. Чтобы получить обратную связь о своей работе, студент должен оценить пять эссе.** Затем студент получает коллегтальные оценки от пяти других студентов. Используя алгоритмы машинного обучения**, Piech и соавт. оценили и с поправкой на грейдер предубеждений и надежностей [9].** Они демонстрируют значительное улучшение в точности оценивания на реальных данных свыше 63,000 коллегиальных оценок. Их модели вероятностные, так дают распределение убеждений над оценками (в отличие от простого балла) для каждого студента.

PEAS новое расширение коллегиальной оценки для **EdX платформы MOOC с открытым исходным кодом [10].** Студенты заинтересованы в оценивании точно методом калибровки, который строит счет стимулирования, основанную на точность их оценивания. Для улучшения качества обзора, студенты делятся на группы в зависимости от этой оценки мотивации и каждое задание коллегиально оценено по одному студенту из каждой группы. Простая нормализация оценок также осуществляется для уменьшения погрешности в коллегиальном оценивании. Оценивания экспертом могут быть использованы для устранения расхождений в коллегиальном оценивании, а также обеспечить обучающие данные для алгоритмов машинного обучения для автоматического оценивания. Важным отличием нашей работы является то, что калибровка в PEAS только один раз, в то время PeerRank потенциально использует несколько раундов согласования оценок.

Один из ближайших работ к нашим является механизм коллегиального рецензирования (обзора) на экспериментальной основе Национального научного фонда (NSF) для сигнальных систем и зондирования (SSS) программы. Механизм предназначен, чтобы помочь справиться с повышением предложения, которые ставит все большее давление на процессе рецензирования гранта. Это увеличение предложений привело к ухудшению качества обзоров, а также сокращению пула квалифицированных, но не конфликтующих рецензентов. Поэтому NSF решил пилотный механизм коллегиального обзора, который адаптирован из одного впервые предложенного Merrifield и Саари [6]. Для стимулирования заявителей рассмотреть также и для сдерживания стратегического рейтинга, рецензенты получить дополнительную балл для значительного рассмотрения, который может увеличить их максимум из 2 мест в финальном ранжированном перечне. Этот механизм несколько отличается от нашего, как механизм NSF предлагает ранги, в то время как наш механизм возвращает оценку. В нашем механизме, итоговые возвращенные оценки могут не полностью ранжировать предложения**. Другая работа, которая находится рядом с нашим это механизм CrowdGrader для независимой оценки от Калифорнийского университета в Santa Cruz [2].** **CrowdGrader** позволяет студентам представить и совместно оценить решения домашних заданий. Инструмент разрешается как ранжирование и оценивание домашних работ. Тем не менее, de Alfaro and Shavlovsky обнаружили, что студентам гораздо предпочтительнее оценивать, чем ранжироваться. Они выразили беспокойство в рейтинге своих сверстников, воспринимая ранжирование как тупой инструмент по сравнению с оценкой. **Сердцевиной CrowdGrader является** **Ванкуверский алгоритм для объединения коллегиальных оценок**. Есть два существенных различия между Ванкуверским алгоритмом и правилом PeerRank. Во-первых, Ванкуверский алгоритм измеряет дисперсию в оценках, тогда как PeerRank (как правило NSF) измеряет абсолютное отклонение. Правило основано на отличии, как правило, будет штрафовать неопытных агентов более значительно. Во-вторых, срок награды в Ванкуверском алгоритме добавляется после фиксированная точка будет достигнута, в то время как в правило PeerRank, она является частью расчета фиксированной точки. Мы предполагаем, что это более надежный включить его в расчет неподвижной точке, когда существует значительное различие в точности оценок, присвоенных одним (простым) агентом.

Есть ряд проблем, тесно связанных с нашим в социальном выборе литературы. Например, Хольцман и Мулен изучили связанную задачу, в которой множество агентов хотят выбрать одного из них чтобы получить приз [4]. Основное предположение этой работы является тем, что кандидатуры беспристрастны: Ваше сообщение не влияет на выигрыш приза. В нашей ситуации, такое предположение является менее подходящим. Мы хотим, чтобы оценка работы другого агента влияла на вашу оценку. Есть несколько причин этого изменения. Во-первых, ваша способность оценить работу других агентов мер в рамках вашей команды субъекта рассматривается. Во-вторых, у вам будет заинтересованность оценить точно лучшей итоговой оценкой. Если ваше сообщение не может повлиять на вашу оценку, то у вас нет стимула, чтобы обеспечить хорошие оценки. По этой причине, даже если мы расширим то методов, предложенных Holzman и Moulin к задаче ранжирования, исходные предположения очень разные.

Другой связанной с этим проблемой является **"выбор из селекторов" [1].** Цель здесь, чтобы выбрать подмножество K агентов из группы (например, чтобы выбрать подкомитет). Проблема награждения призом от группы коллег может рассматриваться как частный случай к = 1. Как голосования утверждение не беспристрастным, Алон, Фишер, Procaccia и Tennenholtz ищут беспристрастные правила, участвующие в голосовании приблизительная утверждение (то есть, гарантировать, что итоговые показатели утверждения победителей К находятся в пределах фиксированной фракции оптимального ответа). Опять же, разница с этой работой, что мы не пытаемся достичь или приблизить беспристрастность.

Тесно связанная с этим проблема **является разделение денежных средств между группой партнеров [3].** Каждый партнер заботится о эгоистично, но их доля должна быть бескорыстной о распределении денег, которые он или она не получает. Партнеры оценивают относительные вклады других партнеров. С четырьмя или более партнерами, существуют симметричные и правила беспристрастного деления. Для сравнения, в то время как наше правило PeerRank симметричное, он не создалось, чтобы быть беспристрастным. Оценки, назначенные агентом, могут определенно влиять на их окончательную оценку.

Выводы

Мы предложили метод PeerRank для коллегиального оценивания. Метод PeerRank взвешивает оценки по оценкам оцененных агентов. Кроме того, он награждает агентов для оценивания хорошо и наказывает тех, что оценивает плохо. Как оценки агента зависят от оценки оцененных агентов, и, как сами эти оценки зависят от оценок других агентов, метод PeerRank определяется уравнением неподвижной точки, аналогичным способу PageRank. Мы определили некоторые формальные свойства метода PeerRank, обсудили некоторые примеры, и оценили производительность на некоторых синтетических данных. Способ снижает ошибку в прогнозах оценки с коэффициентом 2 или более, во многих случаях более естественной базовой простым усреднением коллегиальных оценок. Поскольку метод способствует консенсусу, это наиболее подходит для областей, где есть объективные ответы, но число агентов слишком велико для чего-либо, кроме коллегиальной оценки

Есть много возможных расширений. Например, мы могли бы рассмотреть коллегиальное оценивание, где агенты только оценивают подмножество друг друга. Правило PeerRank легко поднимает на этот случай. В качестве второго примера, мы могли бы разрешить внешнюю калибровку, имея некоторые агенты оценивающие внешне. В качестве третьего примера, мы могли бы рассматривать коллегиальное оценивание, когда агенты скорее упорядочивают, чем оценивают. Они могли бы быть готовы сказать "агент А должен быть оценен выше, чем агент б", или "агент А должен получить такую же оценку как агент б", но оценивающие агенты могут быть менее готовы дать абсолютную оценку, не видя работу всех других агентов. Еще интересным направлением было бы вернуть распределение или интервал оценок, отражая неопределенность в оценке. Это может быть рассчитано на основе промежуточных оценок, увиденных до того как неподвижная точка была достигнута.